

## Pismeni iz Teorije igara

### Grupa A

27.6.2008.

Studenti koji su pisali zadaću na predroku i žele veću ocjenu rješavaju samo zadatak 3.

**Nadopunite rečenicu** (točan odgovor = 1 bod, netočan odgovor = -1 bod, neodgovoreno = 0 bodova)

1. Zadana je inflacija u ovisnosti o vremenu,  $i(t) = 2.1 \cdot e^{-0.02t} + 2.8$ . Dugoročno, inflacija konvergira u \_\_\_\_\_.
2. Kažemo da je strategija dominirana ako postoji neka druga strategija koja je \_\_\_\_\_.
3. U slučaju igre dvaju igrača sa sumom nula, ukoliko nema sedlastih točaka, igrači igraju \_\_\_\_\_.
4. Iz statičkog Cournotovog modela duopola možemo zaključiti da je cijena proizvoda u duopolu \_\_\_\_\_ od cijene proizvoda u monopolu.
5. U problemu zajedničkog dobra, vrijednost za stočara po jednoj kozi,  $v(G)$ , je \_\_\_\_\_ i \_\_\_\_\_ funkcija.
6. Mješovita strategija (0.5,0.5) u slučaju da igrač ima dvije čiste strategije znači da će igrač igrati \_\_\_\_\_.
7. U dokazu Nashov-og teorema koristi se \_\_\_\_\_ teorem o fiksnoj točki.
8. Ukoliko se model Lanca opskrbe promatra kao model dvorazinskog odlučivanja, u Nashovoj ravnoteži, proizvođač \_\_\_\_\_ u troškovima lokalnog oglašavanja.
9. Kod modela pristojbi i nesavršene međunarodne konkurencije, \_\_\_\_\_ na tržištu jedne zemlje veća je nego u slučaju statičkog Cournotovog modela.
10. U modelu vremenski konzistentne monetarne politike, centralna banka ponudom novca određuje \_\_\_\_\_.

### Zadaci

1. Investitor želi investirati \$ 200 000 u obveznice i nekretnine. On zna da će prinos na investicije ovisiti o promjenama kamatnih stopa. Nakon male analize, on je procijenio da će prinos u tisućama dolara na kraju godine biti kao što je navedeno u sljedećoj tablici:

	Promjene kamatnih stopa		
	0%	1%	-3%
Obveznice	4	-4	24
Nekretnine	-4	8	-12

Pretpostavimo ovo ako igru između investitora i "sudbine". Neka je "sudbina" vrlo pametni igrač i neka igra tako da reducira prinos investitora što je više moguće.

- (a) Pronađite optimalnu strategiju za investitora i "sudbinu". Koja je vrijednost igre?
- (b) Pronađite očekivanu vrijednost igre ako investitor nastavi igrati optimalnu strategiju, a "sudbina" mijenja strategije i prebacuje se na čistu strategiju:
  - (1) promjenu kta stope od 0%

- (2) promjenu kta stope od 1%  
 (3) promjenu kta stope od -3%

(c) Napišite ovaj problem Teorije igara kao problem linearnog programiranja za oba igrača.

2. Pronađite Nashovu (Nashove) ravnotežu za igru:

		Igrač 2	
		$q$ L	$1-q$ R
Igrač 1	$r$ T	4,0	4,4
	$1-r$ B	0,10	8,8

3. Promatramo Cournotov model duopola gdje je cijena dana s  $P = 100 - Q$  ( $P = 0$ ,  $Q \geq 100$ ). Troškovi za poduzeća su  $C_i(q_i) = c_i q_i$ ,  $i=1,2$ . Neka je  $c_1 = 20$ , a  $c_2 = 6$ .

(a) Pronađite Nashovu ravnotežu statičke igre.

(b) Promatramo beskonačno ponavljaju igru temeljenu na gore navedenoj statičkoj igri. Poduzeća su se dogovorila da će u svakom periodu poduzeće 1 proizvoditi 15 jedinica, a poduzeće 2 35 jedinica. Ukoliko dođe do kršenja dogovora, prelazi se na Nashovu ravnotežu statičke igre. Izračunajte diskontni faktor  $\delta$  uz koji se poduzećima isplati pridržavati dogovora.

4. Promatramo trgovački lanac koji u svom asortimanu nudi dva «branda» jednog proizvoda, nacionalni brand i svoj privatni brand. Nacionalni brand se proizvodi od strane nacionalnog proizvođača, te ga trgovački lanac kupuje po veleprodajnoj cijeni  $w$ . Nadalje, trgovački lanac određuje prostor na polici za oba branda. Neka je prostor na polici jednak 1. Sa  $S \geq 0$  označimo dio police dodijeljen nacionalnom brandu, pa je  $1-S \geq 0$  dio police dodijeljen privatnom brandu. Potražnja za proizvodom ovisi o cijenama i izloženosti na polici (pretpostavlja se da će potražnja biti veća što je prostor na polici veći):

- potražnja za nacionalnim brandom:  $d_n = (1 - p_n + 0.2 p_p) \cdot S$
- potražnja za privatnim brandom:  $d_p = (0.8 - p_p + 0.8 p_n) \cdot (1 - S)$

gdje su  $p_n, p_p$  cijene nacionalnog i privatnog branda. Pretpostavljamo da je  $p_p = 0.8 p_n$ , te da je  $0.4 \leq S \leq 0.5$ . Cilj nacionalnog proizvođača, kao i trgovačkog lanca je maksimizirati dobit. Nacionalni proizvođač odlučuje o veleprodajnoj cijeni  $w$ , a trgovački lanac o svojoj cijeni  $i$  o prostoru na polici. Igra se igra kao Stackelberg-ova igra gdje je nacionalni proizvođač na gornjoj razini odlučivanja, a trgovački lanac na donjoj. Pronađite Nash-ovu ravnotežu igre.

**Napomena:** upotreba tablica nije dozvoljena. Rezultati će biti u petak, 4.7.2008. u 14 sati na web-u. Molim vas da zadatke predate zajedno s ispitom. Hvala. Sretno! KŠorić.

## Pismeni iz Teorije igara

### Grupa B

27.6.2008.

Studenti koji su pisali zadaću na predroku i žele veću ocjenu rješavaju samo zadatak 3.

**Nadopunite rečenicu** (točan odgovor = 1 bod, netočan odgovor = -1 bod, neodgovoreno = 0 bodova)

1. Ukoliko se rad i kapital povećaju za 1%, proizvodnja  $Q(L, K) = aL^\alpha K^{1-\alpha}$ , gdje je  $a > 0$ , će se povećati za \_\_\_\_\_ %.
2. Kod igre dvaju igrača sa sumom nula, tablica isplata sadrži \_\_\_\_\_ prvog igrača. \_\_\_\_\_ drugog igrača dobiju se tako da se elementi tablice \_\_\_\_\_ s (-1).
3. U Cournotovom modelu duopola, poduzeća odlučuju o \_\_\_\_\_ uz maksimiziranje \_\_\_\_\_.
4. U Bertrandovom modelu duopola strategije igrača su \_\_\_\_\_.
5. U modelu Hotellove konkurencije, cijena koju plaćaju potrošači sastoji se iz troškova \_\_\_\_\_ i \_\_\_\_\_.
6. Kod dinamičke igre sa savršenom informacijom, igrač koji je na potezu zna \_\_\_\_\_.
7. Kod Stackelberg-ovog modela duopola, igrači donose odluku o \_\_\_\_\_.
8. Ukoliko se model Lanca opskrbe promatra kao model dvorazinskog odlučivanja, troškovi lokalnog oglašavanja \_\_\_\_\_ s porastom udjela proizvođača u lokalnom oglašavanju.
9. Kod modela pristojbi i nesavršene međunarodne konkurencije, agregatna količina proizvoda na tržištu jedne zemlje \_\_\_\_\_ je nego u slučaju statičkog Cournotovog modela.
10. Friedman-ov teorem: u slučaju beskonačnog ponavljanja igre, što je kamatnjak po kojem se diskontira \_\_\_\_\_, veća je mogućnost postojanja Nash-ove ravnoteže podigre koja je različita od Nashove ravnoteže statičke igre koja se ponavlja.

### Zadaci

1. Investitor želi investirati \$ 100 000 u obveznice i nekretnine. On zna da će prinos na investicije ovisiti o promjenama kamatnih stopa. Nakon male analize, on je procijenio da će prinos u tisućama dolara na kraju godine biti kao što je navedeno u sljedećoj tablici:

	Promjene kamatnih stopa		
	0%	2%	-4%
Obveznice	3	-3	18
Nekretnine	-3	6	-9

Pretpostavimo ovo ako igru između investitora i "sudbine". Neka je "sudbina" vrlo pametni igrač i neka igra tako da reducira prinos investitora što je više moguće.

(a) Pronađite optimalnu strategiju za investitora i "sudbinu". Koja je vrijednost igre?

(b) Pronađite očekivanu vrijednost igre ako investitor nastavi igrati optimalnu strategiju, a “sudbina” mijenja strategije i prebacuje se na čistu strategiju:

- (4) promjenu kta stope od 0%
- (5) promjenu kta stope od 2%
- (6) promjenu kta stope od -4%

(c) Napišite ovaj problem Teorije igara kao problem linearnog programiranja za oba igrača.

2. Pronađite Nashovu (Nashove) ravnotežu za igru:

		Igrač 2	
		$q$ L	$1-q$ R
Igrač 1	$r$ T	6,0	6,6
	$1-r$ B	0,15	12,12

3. Promatramo Cournotov model duopola gdje je cijena dana s  $P = 52 - Q$  ( $P = 0, Q \geq 52$ ).

Troškovi za poduzeća su  $C_i(q_i) = 2 \cdot i + (10 - i) \cdot q_i, i=1,2..$

- (a) Pronađite Nashovu ravnotežu statičke igre.
- (b) Pronađite ravnotežu Stackelbergove igre ako je poduzeće 1 prvo na potezu.

4. Promatramo trgovački lanac koji u svom asortimanu nudi dva «branda» jednog proizvoda, nacionalni brand i svoj privatni brand. Nacionalni brand se proizvodi od strane nacionalnog proizvođača, te ga trgovački lanac kupuje po veleprodajnoj cijeni  $w$ . Nadalje, trgovački lanac određuje prostor na polici za oba branda. Neka je prostor na polici jednak 1. Sa  $S \geq 0$  označimo dio police dodijeljen nacionalnom brandu, pa je  $1 - S \geq 0$  dio police dodijeljen privatnom brandu. Potražnja za proizvodom ovisi o cijenama i izloženosti na polici (pretpostavlja se da će potražnja biti veća što je prostor na polici veći):

- potražnja za nacionalnim brandom:  $d_n = (1 - p_n + 0.2p_p) \cdot S$
- potražnja za privatnim brandom:  $d_p = (0.8 - p_p + 0.8p_n) \cdot (1 - S)$

gdje su  $p_n, p_p$  cijene nacionalnog i privatnog branda. Pretpostavljamo da je  $p_p = 0.5p_n$ , te da je  $0.4 \leq S \leq 0.6$ . Cilj nacionalnog proizvođača, kao i trgovačkog lanca je maksimizirati dobit. Nacionalni proizvođač odlučuje o veleprodajnoj cijeni  $w$ , a trgovački lanac o svojoj cijeni  $i$  i o prostoru na polici. Igra se igra kao Stackelberg-ova igra gdje je nacionalni proizvođač na gornjoj razini odlučivanja, a trgovački lanac na donjoj. Pronađite Nash-ovu ravnotežu igre.

**Napomena:** upotreba tablica nije dozvoljena. Rezultati će biti u petak, 4.7.2008. u 14 sati na web-u. Molim vas da zadatke predate zajedno s ispitom. Hvala. Sretno! KŠorić.