

EFZG WORKING PAPER SERIES  
EFZG SERIJA ČLANAKA U NASTAJANJU  
ISSN 1849-6857  
UDK 33:65

Br. 16-01

Nidžara Osmanagić Bedenik  
Vedran Kojić  
Ivan Strugar  
Davor Labaš

# Matematičko modeliranje odnosa između održivog profita i održivog poslovanja



# Matematičko modeliranje odnosa između održivog profita i održivog poslovanja

Nidžara Osmanagić Bedenik  
[osmanagic@efzg.hr](mailto:osmanagic@efzg.hr)

Vedran Kojić  
[vkojic@efzg.hr](mailto:vkojic@efzg.hr)

Ivan Strugar  
[istrugar@efzg.hr](mailto:istrugar@efzg.hr)

Davor Labaš  
[dlabas@efzg.hr](mailto:dlabas@efzg.hr)

Ekonomski fakultet - Zagreb  
Sveučilište u Zagrebu  
Trg J. F. Kennedyja 6  
10000 Zagreb, Croatia

Stajališta iznesena u ovom članku u nastajanju stavovi su autora te ne predstavljaju stavove Ekonomskog fakulteta Zagreb. Članak nije prošao formalnu recenziju i odobrenje. Članak je objavljen kako bi dobio komentare o istraživanjima u tijeku, prije nego što se pojavi u konačnom obliku u akademskom časopisu ili na nekom drugom mjestu.

Copyright January 2016 by Nidžara Osmanagić Bedenik, Vedran Kojić, Ivan Strugar & Davor Labaš.

Sva prava pridržana.

Dijelovi teksta mogu biti navedene pod uvjetom da se u potpunosti navede izvor.

### Sažetak

Već nekoliko desetljeća poznato je da osim maksimizacije profita kao primarnog cilja, poduzeće za cilj ima i što veću razinu društveno odgovornog poslovanja (DOP). Praćenje odnosa između razine dobiti koju poduzeće iskazuje te razine ulaganja u održivo poslovanje, kako pokazuju strana istraživanja, vrlo je značajno za uspješno poslovanje poduzeća. Danas se u svijetu, osim kvalitativnog praćenja, odnos između održivosti profita (eng. *sustainability of profit*) i društveno odgovornog poslovanja sve više opisuje kvantitativnim modelima, koji daju zanimljive i precizne smjernice za uspješno upravljanje poduzećem u smislu približavanja ostvarenju oba cilja istovremeno. Stoga je od velike važnosti podići svijest o ovom fenomenu u krugu domaćih hrvatskih poduzeća. U ovom radu donosimo i razrađujemo model autora (Sudtasan, Suriya (2013)) koji koristeći fazni dijagram opisuje odnos između održivog profita i DOP-a. Iako jednostavan te ograničen određenim pretpostavkama, model vrlo dobro može poslužiti kao početni korak u analizi odnosa između održivog profita i DOP-a. Koliko je autorima poznato, ovakvo modeliranje nije do sada primjenjeno na uzorku hrvatskih poduzeća.

#### Ključne riječi:

teorija poduzeća, matematičko modeliranje, fazni dijagram, održivost profita, društveno odgovorno poslovanje

#### JEL klasifikacija

D21, C62, O12, C10

## 1. Uvod

Već nekoliko desetljeća poznato je da osim maksimizacije profita kao prvog cilja, poduzeće za drugi cilj ima i što veću razinu društveno odgovornog poslovanja (DOP). Praćenje odnosa između razine dobiti koju poduzeće iskazuje te razine ulaganja u održivo poslovanje, kako pokazuju strana istraživanja, vrlo je značajno za uspješno poslovanje poduzeća. Prema [1], [4] i [6], danas se u svijetu, osim kvalitativnog praćenja, odnos između održivosti profita (eng. *sustainability of profit*) i društveno odgovornog poslovanja sve više opisuje kvantitativnim modelima, koji daju zanimljive i precizne smjernice za uspješno upravljanje poduzećem. Stoga je od velike važnosti podići svijest o ovom fenomenu u krugu domaćih hrvatskih poduzeća. U interesu svakog poduzeća je ostvariti što bolji profit, no s druge strane matematički modeli pokazuju da se pretjerana želja za velikim profitom kosi s načelima održivog razvoja. Na koji način poduzeće može ostvariti održivost profita, a da pri tome zadovoljava poželjnu razinu održivog poslovanja pokazuje, primjerice, matematički model faznog dijagrama (radovi [1], [4] i [5]). Faznim dijagramom je moguće odrediti stanje u kojem se poduzeće trenutno nalazi s obzirom na razinu ostvarenog profita i DOP-a, kao i konkretne smjernice što bi rukovodstvo trebalo napraviti kako bi se ostvario što bolji profit uz zadanu razinu ulaganja u održivi razvoj. Hijerarhijska struktura poduzeća u kojoj jedan nivo želi maksimizaciju profita, a drugi što bolje društveno odgovorno poslovanje poduzeća može se prikazati modelima dvorazinskog programiranja, koji potom mogu ponuditi egzaktna rješenja i smjernice za poslovanje prihvatljive za oba nivoa (vidjeti [2]). S druge strane, ukoliko svi dionici poduzeća imaju iste ciljeve (dakle maksimizaciju profita te što bolji DOP), ovakav je problem moguće riješiti modelima višekriterijske optimizacije koji mogu dati zanimljive i povoljne rezultate (vidjeti [3]).

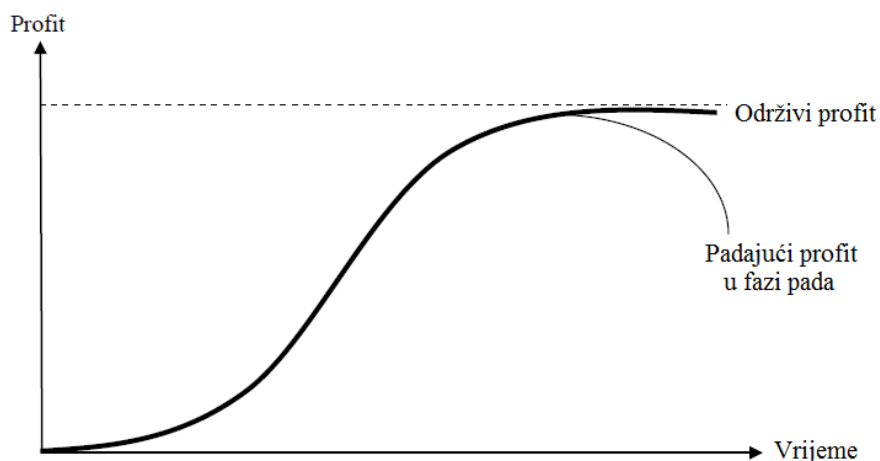
U ovom radu donosimo i razrađujemo model autora Sudtasan i Suriya (vidjeti [6]), koji koristeći fazni dijagram opisuje odnos između održivog profita i DOP-a. Iako jednostavan te ograničen određenim pretpostavkama, model vrlo dobro može poslužiti kao početni korak u analizi odnosa između održivog profita i DOP-a. Koliko je autorima poznato, ovakvo modeliranje nije do sada primjenjeno na uzorku hrvatskih poduzeća. Struktura rada je sljedeća: nakon prvog uvudnog dijela, drugi odjeljak ukratko govori o održivosti profita i održivom društveno odgovornom poslovanju. U trećem se odjeljku postavlja i razrađuje model faznog dijagrama. Četvrti odjeljak predlaže konkretne smjernice u smislu rukovođenja poduzećem, a u petom odjeljku, umjesto zaključka pobrojani su prijedlozi i smjernice za buduće istraživanje te primjenu dobivenih rezultata na uzorku domaćih poduzeća.

## 2. O održivosti profita i održivom društveno odgovornom poslovanju

Da bi opstalo, poduzeće za cilj mora imati određenu razinu profita. No, profit raste i pada usporedno s životnim ciklusom proizvoda. Prateći životni ciklus proizvoda, profit će najprije rasti polako u uvodnoj fazi. Zatim će se povećavati brzo u fazi rasta, da bi u fazi zrelosti bio stabilan. Konačno, profit profit se smanjuje u krajnjoj fazi, fazi pada. S druge strane, mnoga poduzeća (sektor turizma ili sektor uzgoja organske hrane) za cilj imaju pronaći „stabilno stanje“ poslovanja (eng. *steady state*) koje će u dugom roku voditi k stabilnom (održivom) profitu bez pada, kako je prikazano na slici 1 (vidjeti [6]).

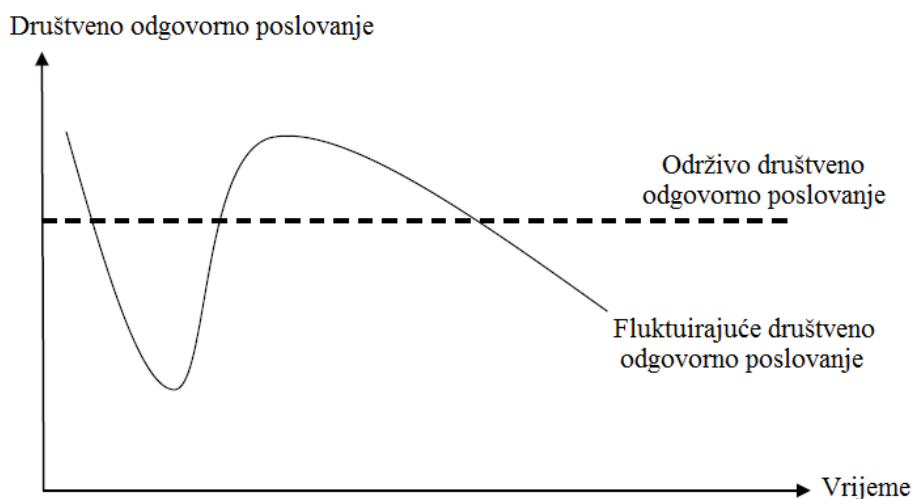
Na maksimizaciju profita gleda se kao na glavni cilj poduzeća u tgradicionalnoj ekonomiji. No, u modernom svijetu, poslovanje mora zadovoljiti i mnoge druge interese javnosti, kao što je društveno odgovorno poslovanje. Milton Friedman je još 1970-ih rekao kako društveno odgovorno poslovanje nije dobro isključivo samo za društvenu zajednicu, već i za poduzeće

jer se na taj način može povećati profit. Novac potrošen na društveno odgovorno poslovanje povećava popularnost poduzeća među potrošačima, koji potom favoriziraju i sve više kupuju proizvode tog poduzeća, povećavajući na taj način profit poduzeća. No, izdaci za društveno odgovorno poslovanje ubraja se u trošak poduzeća, a prekomjerno povećanje troškova može naškoditi profitu. U slučaju kada je poslovanje izvan kontrole i financijske stabilnosti, i profit i društveno odgovorno poslovanje fluktuiraju, pri čemu ta nestabilnost slabi kako korist za poduzeće tako i korist za društvo (prema [6]). Stoga je stabilno (održivo) društveno odgovorno poslovanje poželjnije (vidjeti sliku 2).



Slika 1: Životni ciklus proizvoda s mogućnosti padajućeg profita u fazi pada, te s mogućnosti održivog profita

Izvor: Prilagođeno prema [6].



Slika 2: Dvije mogućnosti društveno odgovornog poslovanja

Izvor 1: Prilagođeno prema [6].

### 3. Izrada modela

U ovom odjeljku modeliramo odnos između profita i društveno odgovornog poslovanja koristeći vremenske derivacije (pretpostavka je da se sve kategorije koje slijede mijenjaju kroz vrijeme na određeni način). Oznake i jednadžbe su preuzete iz [6].

### 3.1. Funkcija profita

Funkcija profita poduzeća ( $\pi$ ) dana je razlikom između ukupnog prihoda ( $TR$ ) i ukupnih troškova ( $TC$ ) poduzeća:

$$\pi = TR - TC. \quad (1)$$

Ukupni prihod računamo kao umnožak cijene proizvoda ( $P$ ) i prodane količine proizvoda ( $Q$ ). Ukupni troškovi su zbroj fiksnih troškova ( $FX$ ), troškova održavanja ( $\delta FX$ ) gdje je  $\delta > 0$  stopa deprecijacije, varijabilnih troškova ( $CQ$ ) gdje je  $C$  jedinični trošak, troškova za istraživanja i razvoj ( $RD$ ) te troškova za društveno odgovorno ponašanje ( $S$ ). Dakle,

$$\pi = PQ - (FX + \delta FX + CQ + RD + S). \quad (2)$$

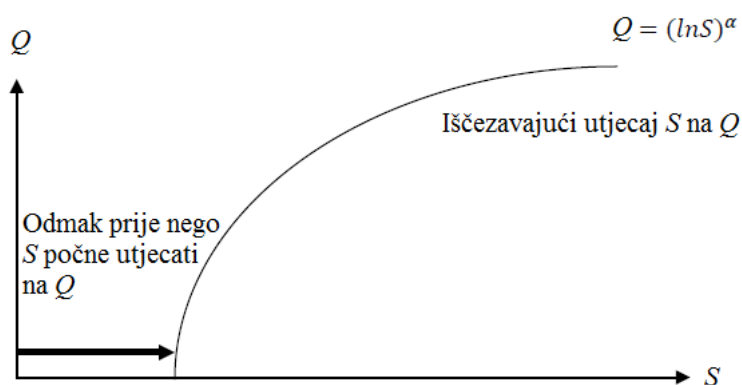
Označimo li s  $\Phi = P - C$  jedinični profit, iz (2) slijedi

$$\pi = \Phi Q - [(1 + \delta)FX + RD + S]. \quad (3)$$

Uvedimo oznaku za vremensku derivaciju  $\dot{x} = \frac{dx}{dt}$ , pri čemu je  $x$  veličina koja ovisi o vremenu  $t$ . Sada, derivirajući jednakost (3), dolazimo do promjene profita s obzirom na vrijeme:

$$\dot{\pi} = \dot{\Phi}Q + \Phi\dot{Q} - (1 + \delta)\dot{FX} - \dot{RD} - \dot{S}. \quad (4)$$

Definirajmo utjecaj društveno odgovornog poslovanja na količinu proizvodnje koja se prodaje na tržištu kao  $Q(S) = (\ln S)^\alpha$ , pri čemu je  $\alpha > 0$ . Ovako opisan utjecaj ima dvije važne karakteristike. Prvo, utjecaj na  $Q$  s povećanjem  $S$  iščezava (vidjeti Dodatak 1), te drugo, postoji odmak prije nego društveno odgovorno poslovanje počne utjecati na  $Q$ , kako prikazuje slika 3 (napominjemo da je u radu [6] na apscisi mjerena veličina  $\ln S$ , dok u ovom radu na apscisi pratimo promjenu varijable  $S$ , budući da je  $Q$  funkcija od  $S$ , a ne od  $\ln S$ ).



Slika 3: Utjecaj društveno odgovornog poslovanja na prodanu količinu proizvoda

Izvor: Prilagođeno prema [6].

Uočimo da je  $S = e^{\ln S}$  i

$$\dot{S} = \frac{dS}{dt} = \frac{de^{\ln S}}{d \ln S} \cdot \frac{d \ln S}{dt} = e^{\ln S} \cdot \frac{d \ln S}{dt} = S \cdot \frac{d \ln S}{dt}. \quad (5)$$

Korištenjem (5), relacija (4) prelazi u

$$\dot{\pi} = (\ln S)^\alpha \dot{\Phi} + \Phi \alpha (\ln S)^{\alpha-1} \ln S - (1 + \delta) FX - RD - e^{\ln S} \ln S. \quad (6)$$

### 3.2. Održivost profita

Održivost profita znači da se profit u dugom roku ne mijenja, to jest da je vremenska derivacija profita jednaka nuli, odnosno  $\dot{\pi} = 0$ , odakle, uvažavajući (6), možemo izraziti jedinični profit:

$$\Phi = \frac{(1 + \delta) FX + RD + e^{\ln S} \ln S - (\ln S)^\alpha \dot{\Phi}}{\alpha (\ln S)^{\alpha-1} \ln S}. \quad (8)$$

Radi jednostavnosti, pretpostavit ćemo da su  $\ln S$ ,  $\dot{\Phi}$ ,  $FX$ ,  $RD$  pozitivne konstante. Ispitajmo ponašanje funkcije  $\Phi$  iz (8) kada  $\ln S$  teži prema nuli s desne strane:

$$\lim_{\ln S \rightarrow 0^+} \Phi = \frac{(1 + \delta) FX + RD + \ln S}{0^+} = +\infty. \quad (9)$$

Dakle, zaključujemo da kada  $\ln S$  teži prema nuli s desne strane,  $\Phi$  teži prema pozitivnoj beskonačnosti. S druge strane, ispitajmo ponašanje funkcije  $\Phi$  iz (8) kada  $\ln S$  teži prema pozitivnoj beskonačnosti:

$$\lim_{\ln S \rightarrow +\infty} \Phi = \lim_{\ln S \rightarrow +\infty} \frac{(1 + \delta) FX + RD + e^{\ln S} \ln S - (\ln S)^\alpha \dot{\Phi}}{\alpha (\ln S)^{\alpha-1} \ln S} = +\infty. \quad (10)$$

Dakle, zaključujemo da  $\Phi$  teži prema pozitivnoj beskonačnosti kada  $\ln S$  teži prema pozitivnoj beskonačnosti, te napomenimo da rezultat (10) u radu [6] nije dobiven (vidjeti Dodatak 2).

Nađimo derivaciju funkcije  $\Phi$  iz (8) s obzirom na  $\ln S$ :

$$\frac{\partial \Phi}{\partial \ln S} = \frac{\left( e^{\ln S} \ln S - \alpha (\ln S)^{\alpha-1} \dot{\Phi} \right) - \left( (1 + \delta) FX + RD + e^{\ln S} \ln S - (\ln S)^\alpha \dot{\Phi} \right) (\alpha - 1) (\ln S)^{-1}}{\alpha (\ln S)^{\alpha-1} \ln S} \quad (11)$$

Radi pojednostavnjenja, izračunajmo (11) za  $\alpha = 1$ :

$$\frac{\partial \Phi}{\partial \ln S} = \frac{e^{\ln S} \ln S - \Phi}{\ln S}. \quad (12)$$

Izračunajmo stacionarnu točku s obzirom na relaciju (12):

$$\frac{\partial \Phi}{\partial \ln S} = 0 \Rightarrow \ln S = \ln \left( \frac{\dot{\Phi}}{\ln S} \right). \quad (13)$$

Izračunajmo i drugu derivaciju. Iz (12) slijedi<sup>1</sup>

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial (\ln S)^2} = e^{\ln S} > 0. \quad (14)$$

Dakle, u slučaju  $\alpha = 1$  (ovo je jako bitna pretpostavka<sup>2</sup> koja nije komentirana u radu [6]), možemo zaključiti da je funkcija  $\Phi = \Phi(\ln S)$  pozitivna<sup>3</sup> konkavna funkcija s globalnim minimumom iz (13).

### 3.3. Održivost poslovanja

Održivost poslovanja ekvivalentno je konstantnosti varijable  $S$  tijekom vremena, odnosno vremenska derivacija varijable  $S$  je nula:

$$\dot{S} = 0. \quad (15)$$

Budući da je

$$\dot{S} = \frac{dS}{dt} = \frac{de^{\ln S}}{d \ln S} \cdot \frac{d \ln S}{dt} = e^{\ln S} \frac{d \ln S}{dt} = e^{\ln S} \ln S, \quad (16)$$

zaključujemo da je  $0 = \dot{S} = \ln S$ . Stoga iz (6) slijedi

$$\dot{\pi} = (\ln S)^\alpha \dot{\Phi} - (1 + \delta) \dot{FX} - \dot{RD} \Rightarrow \ln S = \left( \frac{\dot{\pi} + (1 + \delta) \dot{FX} - \dot{RD}}{\dot{\Phi}} \right)^{\frac{1}{\alpha}}. \quad (17)$$

Primijetimo da iz (17) slijedi da  $\ln S$  kao funkcija od  $\Phi$  ne ovisi o  $\Phi$ .

### 3.4. Fazni dijagram

Budući da je  $e^{\ln S} \frac{d \ln S}{dt} = \frac{de^{\ln S}}{d \ln S} \cdot \frac{d \ln S}{dt} = \frac{de^{\ln S}}{dt} = \frac{dS}{dt} = \dot{S}$ , iz (6) slijedi

$$\dot{\pi} = \Phi \alpha (\ln S)^{\alpha-1} \ln S + (\ln S)^\alpha \dot{\Phi} - (1 + \delta) \dot{FX} - \dot{RD} - \dot{S}. \quad (18)$$

Nađimo sada smjer promjene profita tijekom vremena uzduž varijacije jediničnog profita na ordinati. I dalje pretpostavljamo da su  $\ln S$ ,  $\dot{\Phi}$ ,  $\dot{FX}$ ,  $\dot{RD}$ ,  $\dot{S}$  pozitivne konstante. Dakle, imamo

$$\frac{\partial \dot{\pi}}{\partial \Phi} = \alpha (\ln S)^{\alpha-1} \ln S. \quad (19)$$

Stavimo u (19)  $\alpha = 1$ :

<sup>1</sup> U radu [6] greškom je napisano  $\frac{\partial^2 \Phi}{\partial \ln S^2} = e \ln S$ .

<sup>2</sup> Ovu pretpostavku treba komentirati općenito za proizvoljan  $\alpha > 0$ , što je jedan od zadataka u nastavku istraživanja.

<sup>3</sup> Pozitivnost ove funkcije je vrlo bitna opservacija, koja nije komentirana u radu [6].



$$\frac{\partial \dot{\pi}}{\partial \Phi} = \ln S > 0. \quad (20)$$

Stavimo u (19)  $\alpha = 2$ :

$$\frac{\partial \dot{\pi}}{\partial \Phi} = 2 \ln S \ln S > 0. \quad (21)$$

Dakle, promjena derivacije profita po vremenu povećavati će se povećavanjem jediničnog profita. Sada iz (18) slijedi

$$\dot{S} = \Phi \alpha (\ln S)^{\alpha-1} \ln S + (\ln S)^\alpha \dot{\Phi} - (1 + \delta)FX - RD - \dot{\pi}. \quad (22)$$

Nadimo sada smjer promjene veličine  $\dot{S}$  mijenjajući veličinu  $\ln S$  duž apscise. Važno je istaknuti da pretpostavljamo da su  $\ln S$ ,  $\dot{\Phi}$ ,  $FX$ ,  $RD$ ,  $\dot{\pi}$  pozitivne konstante. Imamo

$$\frac{\partial \dot{S}}{\partial \ln S} = \Phi \alpha (\alpha - 1) (\ln S)^{\alpha-2} \ln S + \alpha (\ln S)^{\alpha-1} \dot{\Phi}. \quad (23)$$

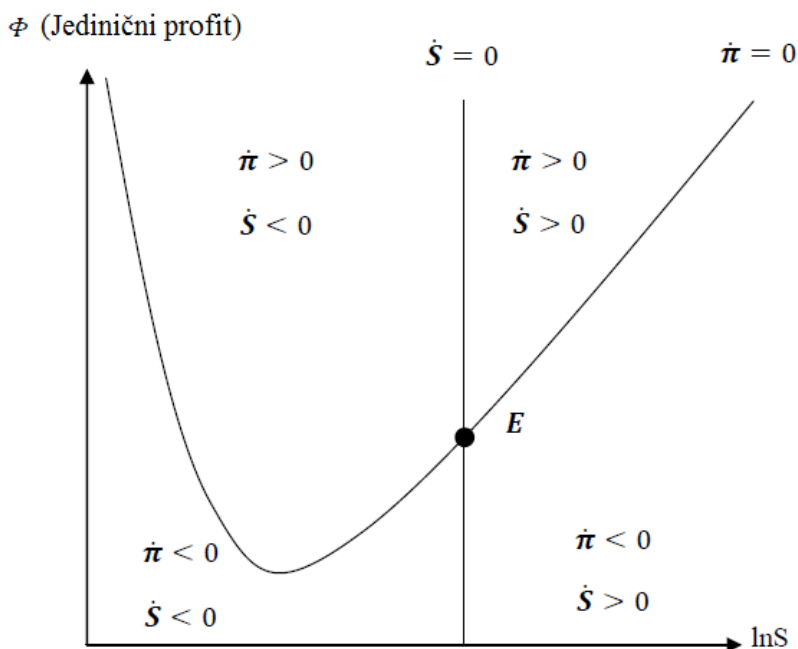
Stavimo u (23)  $\alpha = 1$ :

$$\frac{\partial \dot{S}}{\partial \ln S} = \dot{\Phi} > 0. \quad (24)$$

Stavimo u (23)  $\alpha = 2$ :

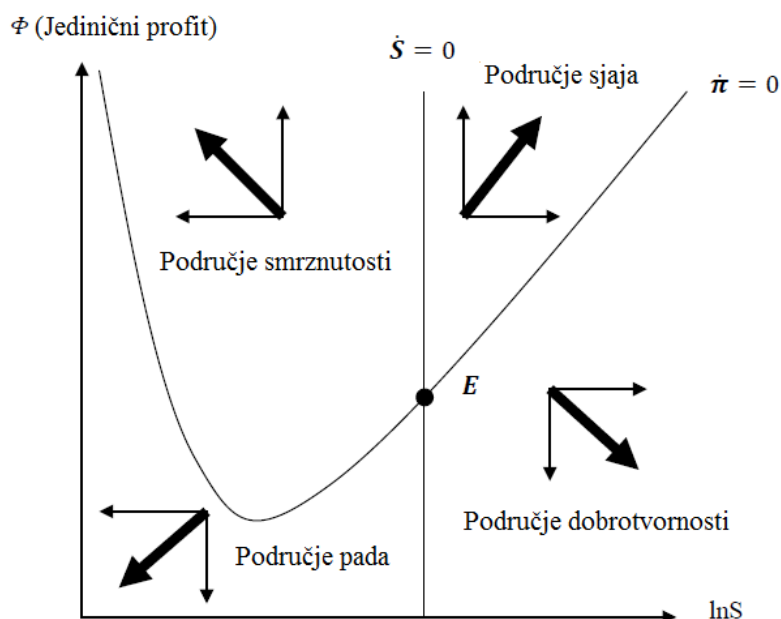
$$\frac{\partial \dot{S}}{\partial \ln S} = 2 \left( \Phi \ln S + \ln S \dot{\Phi} \right) > 0. \quad (25)$$

Dakle, promjena veličine  $\dot{S}$  po  $\ln S$  je pozitivna kako  $\ln S$  raste. Uvažavajući sve rezultate ovog poglavlja dobivene do sada, možemo konstruirati fazni dijagram, kako prikazuju slika 4, slika 5 i slika 6.



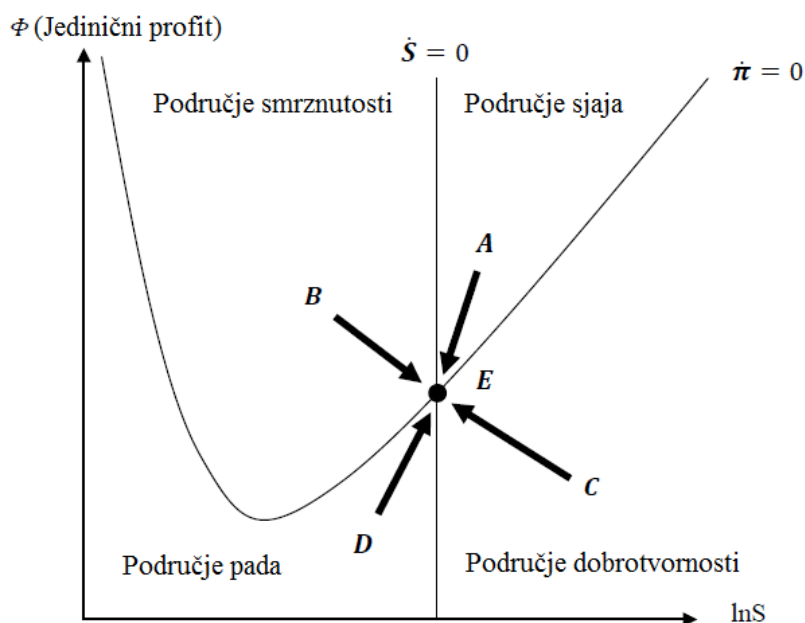
Slika 4: Fazni dijagram – odnos održivog profita i održivog poslovanja

Izvor: Prilagođeno prema [6].



Slika 5: Fazni dijagram s naznačenim sjerovima kretanja i klasifikacijom područja

Izvor: Prilagođeno prema [6].



Slika 6: Prijedlog upravljanja profitom i poslovanjem kako bi se postiglo ravnotežno stanje E

Izvor: Prilagođeno prema [6].

Na slikama 4, 5 i 6 ravnotežno stanje u dugom roku označeno je slovom *E*. Ravnotežno stanje (ekvilibrir) je presjek funkcija za koje vrijedi  $\dot{\pi} = 0$  i  $\dot{S} = 0$ . U točki *E* se ostvaruje dvostruki cilj: održivi profit i održivo poslovanje (možemo to nazvati dvostrukom stabilnosti, ili dvostrukom održivosti). Nadalje, u prikazanom faznom dijagramu postoje četiri područja (slike 5 i 6). Sjeverozapadno područje označeno je nazivom “područje smrznutosti” (eng. *frozen area*). Jugozapadno područje nosi naziv “područje pada” (eng. *decayed area*).

Jugoistočno područje je “područje dobrotvornosti” (eng. *charitable area*), a sjeveroistočno je “područje sjaja” (eng. *warm glow area*). U području sjaja, rezultirajući smjer kretanja prisiljava poduzeće kretati se prema održivom profitu, ali ne i prema održivom poslovanju. No, kako bi postiglo održivi profit, poduzeće je primorano povećavati trošak, odnosno ulaganje za održivo poslovanje. U području smrznutosti, rezultirajući smjer kretanja ponovo prisiljava poduzeće kretati se jedino prema održivom profitu. U ovom slučaju razina odgovornog poslovanja se znatno smanjuje, i poduzeće će sve manje pridonositi društvu. U području dobrotvornosti, poduzeće previše ulaže u održivo poslovanje. Rezultirajući smjer kretanja će poduzeće dovesti do visoke razine ulaganja u održivo poslovanje, no s druge strane će se profit drastično smanjiti što može rezultirati bankrotom. U području pada, rezultirajući smjer kretanja odvest će poduzeće u bankrot, te na najnižu razinu održivog poslovanja istovremeno.

Kako bi ostvarilo dvostruku održivost (stabilnost profita i društvenog poslovanja istovremeno), poduzeće bi trebalo tijekom vremena pametno korigirati upravljanje profitom i upravljanje održivim poslovanjem. Primjerice, poduzeće koje se nalazi u području sjaja (točka A na slici 6), trebalo bi reducirati i jedinični profit ali i izdatke za održivo poslovanje kako bi došlo na poziciju ravnoteže (točka E). Iako se čini da bi ovakvom politikom poduzeće znatno smanjilo svoju ulogu u društvenoj zajednici, kao i osobni profit, to će ipak voditi prema boljem rješenju, to jest prema dvostrukoj održivosti i profita i društvenog poslovanja u dugom roku. Slična se analiza može provesti i za ostala područja (vidjeti točke B, C i D na slici 6).

#### 4. Umjesto zaključka

U ovom radu smo razradili model autora (Sudtasan, Suriya (2013)) koji koristeći fazni dijagram opisuje odnos između održivog profita i DOP-a. Iako jednostavan te ograničen određenim pretpostavkama, model vrlo dobro može poslužiti kao početni korak u analizi odnosa između održivog profita i DOP-a. S druge strane, treba biti jako pažljiv s odgovarajućim pretpostavkama koje su unijete u sami model. Ovaj rad ima za cilj te pretpostavke dodatno ispitati i ispraviti određene poteškoće i pogreške izvornog rada (Sudtasan, Suriya (2013)). Nadalje, što se tiče daljnjeg istraživanja, koristeći metodologiju koja je opisana u radovima [1], [4] i [5], analizirat ćemo odnos između održivog profita i odgovornog poslovanja na primjeru hrvatskih poduzeća.

#### Literatura

1. Chanthao, P., Suriya, K. (2014) An analysis of the profit sustainability and social responsibility of companies listed in the food and beverage sector in the Stock Exchange of Thailand. *The Empirical Econometrics and Quantitative Economics Letters* 3 (1), 55 - 66.
2. Hseuh, C-F. (2015) A bilevel programming model for corporate social responsibility collaboration in sustainable supply chain management. *Transportation Research Part E* 73, 84 – 95.

3. Huo, Y. (2012) Supply Chain Network Equilibrium Model Based on Corporate Social Responsibility with Multicriteria under the Revenue-Sharing Contract. *Advanced Materials Research* (452-453), 282-288.
4. Srikaew, P., Suriya, K. (2014) Profit sustainability and social responsibility of companies listed in the media and publishing sector in the Stock Exchange of Thailand. *The Empirical Econometrics and Quantitative Economics Letters* 3 (1), 67 - 76.
5. Suriya, K., Sudtasan, T. (2014) How to estimate the model of sustainable profit and corporate social responsibility, *Business and Economic Horizon* 9 (4), 1 – 7.
6. Sudtasan, T., Suriya, K. (2013) Sustainability of profit and corporate social responsibility: Mathematical modeling with phase diagram. *The Empirical Econometrics and Quantitative Economics Letters* 2 (4), 1 - 12.
7. Zorich, V. A. (2004) *Mathematical Analysis I*. Springer Verlag, Berlin.

### Dodatak 1.

Iščezavajući učinak podrazumijeva da je nakon nekog iznosa  $S_0$  funkcija  $Q(S)$  konkavna za sve  $S > S_0$ . Dakle, pronađimo  $S_0$ . Dovoljno je naći drugu derivaciju funkcije  $Q(S)$  po  $S$ :

$$\frac{dQ}{dS} = \alpha (\ln S)^{\alpha-1} \cdot \frac{1}{S} \Rightarrow \frac{d^2Q}{dS^2} = \frac{\alpha (\ln S)^{\alpha-2} ((\alpha-1) - \ln S)}{S^2}.$$

Druga derivacija će biti negativna, ako je brojnik prethodnog razlomka negativan, a to je ako i samo ako je  $S > e^{\alpha-1}$ . Konačno, stavimo da je  $S_0 = e^{\alpha-1}$ .

### Dodatak 2.

Uvedimo sljedeće oznake:  $c_1 = (1 + \delta)FX + RD$ ,  $c_2 = \ln S$ ,  $c_3 = \Phi$ ,  $x = \ln S$ . Tada (10) prelazi u

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \Phi = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{c_1 + c_2 e^x - c_3 x^\alpha}{c_2 \alpha x^{\alpha-1}} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x}{c_2 \alpha x^{\alpha-1}} \left( \frac{c_1}{e^x} + c_2 - c_3 \cdot \frac{x^\alpha}{e^x} \right).$$

Koristeći poznati limes  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^p}{e^x} = 0$ ,  $p \in \mathbb{R}$ , (vidjeti [7]), slijedi  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \Phi = +\infty$ , što je i trebalo pokazati.